материалов и конструкций. – Одесса: Город мастеров, 1998.
– 168 с.

2.Композиционные строительные материалы и конструкции пониженной материалоёмкости / В.И.Соломатов, В.Н.Выровой, В.С.Дорофеев, А.В.Сиренко. – К.: Будівельник, 1991. – 144 с.

3.Дорофеев В.С., Выровой В.Н., Соломатов В.И. Пути снижения материалоемкости строительных материалов и конструкций: Уч. пособие. – К.: УМК ВО, 1989. – 79 с.

4.Выровой В.Н., Дорофеев В.С. Материалоемкость строительных конструкций: Метод. рекомендации. – Одесса: ОИСИ,1990. – 70 с.

5.Дорофеев В.С. Технологическая наследственность композиционных строительных материалов и конструкций: Уч. пособие. – К.: УМК ВО, 1992. – 52с.

6.Выровой В.Н., Дорофеев В.С. Технологическая механика композиционных материалов. – К.: Общество “Знание” Украины, 1991. – 19с.

7.Постернак С.А., Олейник Н.В., Постернак И.М. Влияние количества и качества наполнителя на начальную технологическую поврежденность // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. пр. Вип.9. – Рівне: УДУВГП, 2003. – С.105-111.

8.Постернак С.А., Постернак А.А., Олейник Н.В., Постернак И.М. Оценка технологической поврежденности бетонных призм // Будівельні конструкції: Зб. наук. пр. Вип.58. – К.: НДІБК, 2003. – С.84-89.

9.Постернак С.А., Олейник Н.В., Постернак И.М. Влияние количества и качества наполнителя на прочность и деформативность бетонных призм // Вісник ОДАБА. Вип.9. – Одесса, 2003. – С.163-168.

10.Постернак С.А., Трещинообразование железобетонных изгибаемых элементов с учетом технологической поврежденности // Вісник ОДАБА. Вип.10. – Одесса, 2003. – С.149-155.

Получено 20.10.2003

УДК 624.014

С.Ф.ПІЧУГІН, д-р техн. наук, А.В.МАХІНЬКО
Полтавський національний технічний університет ім. Юрія Кондратюка

ІМОВІРНІСНИЙ ОПИС ПРОЦЕСУ НАКОПИЧЕННЯ ЗАЛИШКОВИХ ДЕФОРМАЦІЙ В СТАЛЕВИХ ЕЛЕМЕНТАХ КОНСТРУКЦІЙ ПРИ ДІЇ ВИПАДКОВИХ НАВАНТАЖЕНЬ

Розглядається процес накопичення залишкових (пластичних) деформацій в сталевих елементах конструкцій, який, у зв’язку з мінливістю зовнішніх навантажень, що діють на нього та стохастичними властивостями матеріалу елемента конструкції, подається як випадковий. Розглядаються окремі випадки, коли навантаження представлено абсолютними максимумами (АМ) нормального, Вейбулловського та поліномо-експоненційного випадкових процесів (ВП). Наводяться змістовні чисельні приклади.

Вихід конструкції з ладу (відмова) не завжди буває пов’язаний з її руйнуванням у повному розумінні цього слова. У більшості випадків це є результатом поступового накопичення пошкоджень: усталених і залишкових деформацій, зносу, корозії і т.п., які, досягнув певної величини, починають перешкоджати нормальній експлуатації конструкції та призводять до її відмови. Основним критерієм відмови при цьому, на відміну від класичного − перевищення рівня несучої здатності (межі плинності, тимчасового опору, межі витривалості), виступає поняття *міри пошкодження*, за яку в залежності від типу і характеру роботи конструкції може бути прийнята величина характерної залишкової деформації, розміру тріщини, зменшеного робочого перерізу у зв'язку із зносом і т.п. Треба відмітити, що впровадження в інженерну практику методу накопичення пошкоджень стримується в наш час у зв'язку із складністю математичного апарату, який ґрунтується на теорії ймовірності та теорії випадкових функцій, та нестачею спеціальної літератури. Однак у ряді задач цього методу, при деяких припущеннях та обмеженнях, результати можуть бути доведені до простих розрахункових формул, цілком придатних для використання в інженерній практиці. Однією з таких задач виступає задача про накопичення залишкових деформацій в конструкціях, які завантажені стаціонарним та квазістаціонарним випадковим навантаженням. Ця задача являється доволі типовою для розрахунку конструкцій промислових та громадських будівель та споруд, де у багатьох випадках можна йти на допуск помірних залишкових деформацій, особливо к кінцю строку служби. Також відмітимо, що останнім часом у всьому світі в теорії розрахунку сталевих конструкцій все ширше розповсюджується перехід від пружного розрахунку до розрахунку з урахуванням пластичних властивостей матеріалу, оскільки використання пластичності сталі при проектуванні сталевих конструкцій приводить у більшості випадків до економії матеріалу. У зв'язку з цим важливе значення набувають питання дослідження ймовірності появи в реальних конструкціях вторинних пластичних деформацій, що зазнають впливу випадкових навантажень.

Розрахунку конструкцій з урахуванням пластичних властивостей матеріалів присвячено досить багато публікацій, назвемо у зв'язку з цим, наприклад, роботи [3-5, 9]. Але методи розрахунку, які розглядаються в усіх означених публікаціях, засновані на понятті детермінізму і не враховують тому фактор часу, стохастичну природу матеріалу конструкції та мінливість зовнішніх навантажень. Вперше процес накопичення залишкових макроскопічних деформацій пружно-пластичної системи під дією випадкових навантажень, у формі стаціонарного та квазістаціонарного випадкового процесу з розподілом ординати за законом Гауса, розглядався в роботі В.В.Болотіна [1]. У даній роботі, при деяких обмеженнях, автору вдалося знайти досить просте рішення задачі про закон розподілу залишкових деформацій за фіксований період часу та дати практичні рекомендації по оцінці статистичних характеристик (математичного сподівання і стандарту) вказаного розподілу. Однак одним з суттєвих недоліків розглянутої методики, було припущення о детермінованості межі плинності матеріалу конструкції (далі за текстом мається на увазі будівельна сталь), що у більшості імовірнісних розрахунків є неприпустимим. Набагато більший практичний інтерес для інженерних розрахунків представляє задача про накопичення залишкових деформацій за заданий термін експлуатації при випадковому значенні межі плинності матеріалу конструкції.

Використовуючи результати отримані в [1] та техніку абсолютних максимумів випадкового процесу, розглянемо процес накопичення залишкових деформацій в пружно-пластичних системах з випадковою міцністю та лінійним законом зміцнення (рис.1). При цьому братимемо до уваги наступні припущення: 1) рівень напруженості досить високий, щоб мали місце рідкі перевантаження за межу плинності та, разом з тим, щоб однократні перевантаження, які повністю виводять конструкцію з ладу, практично малоймовірні. Це припущення дає можливим оцінювати ймовірність перевищення межі плинності через кількість додатних перетинів цього рівня ВП напруження в елементі; 2) всі зовнішні навантаження є такими, що змінюються пропорційно одній випадковій функції − узагальненому навантаженню $\tilde{q}(t)$; 3) хоча узагальнене навантаження і може бути знакозмінним, однак ймовірність перевищення випадкового рівня $\tilde{R}_y$, що викликає появу вторинних залишкових деформацій, вважається досить малою; 4) вплив інерційних сил післядії, релаксації та інших часових ефектів не враховується.

Загальний підхід. Будемо розглядати процес накопичення залишкових деформацій пружно-пластичної системи зі зміцненням у випадку, коли межа плинності сталевого елементу конструкції є випадковою величиною з математичним сподіванням $\overline{R}_y$ та стандартом $\hat{R}_y$. Зовнішнє навантаження $\tilde{q}(t)$ представимо у формі абсолютних максимумів ВП. Для такої системи розподіл залишкових деформацій к кінцю інтервалу часу тривалістю t може бути охарактеризований розподілом одного випадкового параметра − відносної пластичної деформації $\tilde{\varepsilon}_{pl}$. Детерміністична залежність між напруженнями $\tilde{S}(t)$ та деформаціями за межею плинності встановлюється згідно [3, 4, 9] за формулою Жудіна-Надаі (рис.1):

$$\sigma = E\varepsilon_y + E_{pl}\varepsilon_{pl} = R_y + E_{pl}\varepsilon_{pl}, \qquad (1)$$

де E − модуль Юнга; E_{pl} − модуль зміцнення сталі.

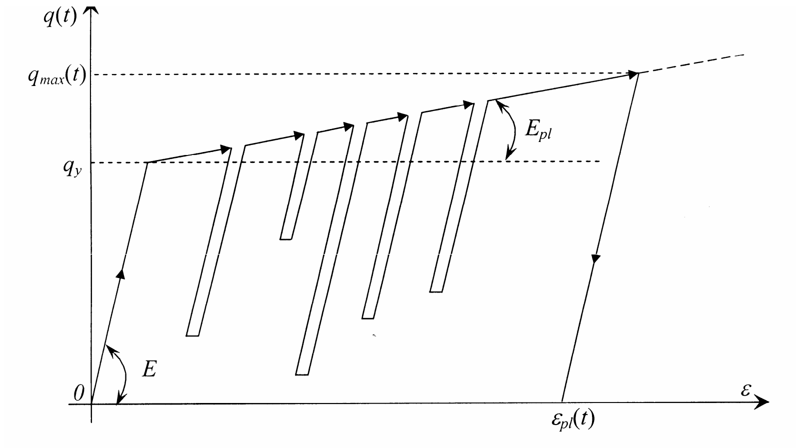

Рис.1 – Залежність відносної деформації від випадкового навантаження для найбільш напруженого волокна перерізу

Наслідком стохастичної природи $\tilde{R}_y$ та $\tilde{S}$ є випадковість відносної деформації $\tilde{\varepsilon}$, у тому числі і залишкової, тому на підставі (1) та представленні навантажень у формі АМ матимемо:

$$\tilde{\varepsilon}_{pl} = \frac{\tilde{S}_{AM}(t) - \tilde{R}_y}{E_{pl}} . \qquad (2)$$

Із формули (2) слідує, що для побудови диференційної функції розподілу залишкових деформацій, яку позначимо через $g(\varepsilon_{pl} \mid t)$, необхідно спочатку виконати побудову різниці законів розподілу напруження в елементі, представленого моделлю АМ, та межі плинності, розподіл якої, зазвичай, підкоряється нормальному закону. В загальному випадку це можна записати як

$$\tilde{Y}(t) = \tilde{S}_{AM}(t) - \tilde{R}_y . \qquad (3)$$

Слід зазначити, що функція $\tilde{Y}(t)$ аналогічна резерву несучої здатності [7, 8], і також враховує фактор часу; відмінність головним чином пов'язана тільки із формою представлення навантаження. Знаючи закон розподілу та статистичні характеристики функції $\tilde{Y}(t)$ легко знайти закон розподілу та відповідні статистичні характеристики функції $\tilde{\varepsilon}_{pl}(t)$ шляхом лінійного перетворення:

$$g(\varepsilon_{pl} \mid t) = E_{pl} h(E_{pl} \varepsilon_{pl} \mid t), \tag{4}$$

$$\bar{\varepsilon}_{pl} = \bar{Y} E_{pl}^{-1}, \qquad \hat{\varepsilon}_{pl} = \hat{Y} E_{pl}^{-1}, \tag{5}$$

де $h(\bullet)$ – щільність розподілу функції $\tilde{Y}(t)$; $\bar{Y}$ та $\hat{Y}$ – відповідно математичне сподівання і стандарт функції $\tilde{Y}(t)$, які визначаються за формулами:

$$\bar{Y} = \bar{S}_{AM}(t) - \bar{R}_y, \qquad \hat{Y} = \sqrt{\hat{S}_{AM}^2(t) + \hat{R}_y^2}, \tag{6}$$

де $\bar{S}_{AM}(t)$ та $\hat{S}_{AM}(t)$ – відповідно математичне сподівання та стандарт розподілу АМ напруження в елементі за фіксований інтервал часу t.

Функція $h(E_{pl} \varepsilon_{pl} \mid t)$ визначається за формулами згортки [2]:

$$h(Y \mid t) = \int_{S_0(t)}^{\infty} p_{AM}(S_{AM} \mid t) f_R(S_{AM} - Y) dS_{AM}, \tag{7}$$

де $f_R(\bullet)$ та $p_{AM}(\bullet)$ – відповідно щільність розподілу межі плинності матеріалу та АМ напружень в елементі.

Згідно наведеного вище загального алгоритму отримання закону розподілу залишкових деформацій за час t розглянемо декілька прикладів, коли навантаження представлено АМ випадкових процесів з розподілом ординати за різними законами. Межу плинності будемо вважати у всіх випадках розподіленою за нормальним законом.

Закон розподілу залишкових деформацій при АМ нормального стаціонарного ВП. У даному випадку загальний вираз (7) набере вигляду:

$$h(Y \mid t) = \frac{\omega_e t}{\sqrt{8\pi^3} \beta_\omega \hat{R}_y} \int_{S_0(t)}^{\infty} \frac{S_{AM} - \bar{S}}{\hat{S}^2} \exp\left[-0{,}5 \left(\frac{S_{AM} - \bar{S}}{\hat{S}} \right)^2 - \right.$$
$$\left. -0{,}5 \left(\frac{S_{AM} - Y - \bar{R}_y}{\hat{R}_y} \right)^2 \right] dS_{AM},$$

де ω_e та β_ω – відповідно ефективна частота та коефіцієнт широкосмуговості ВП внутрішнього зусилля (напруження в елементі); $\bar{S}$ та

$\widehat{S}$ – відповідно математичне сподівання та стандарт випадкового процесу $\widetilde{S}(t)$.

Виконавши заміну

$$Z = \exp\left[-0{,}5\left(\frac{S_{AM} - \overline{S}}{\widehat{S}}\right)^2\right],$$

$$dZ = -\frac{S_{AM} - \overline{S}}{\widehat{S}^2}\exp\left[-0{,}5\left(\frac{S_{AM} - \overline{S}}{\widehat{S}}\right)^2\right]dS_{AM}$$

та поміняввши місцями межі інтегрування, отримаємо наступну більш зручну та лаконічну формулу для щільності розподілу $h(Y\,|\,t)$:

$$h(Y\,|\,t) = \frac{\omega_e t}{\sqrt{8\pi^3}\,\beta_\omega \widehat{R}_y}\int_0^Q \exp\left[-0{,}5\left(\frac{\sqrt{2\ln(Z^{-1})}\widehat{S} + \overline{S} - \overline{R}_y - Y}{\widehat{R}_y}\right)^2\right]dZ\,, \quad (8)$$

де $Q = \exp[-0{,}5\gamma_0^2]$; $\gamma_0 = [S_0(t) - \overline{S}]/\widehat{S}$ – нормований характеристичний максимум внутрішнього напруження, який визначається за формулою [6]:

$$\gamma_0 = \sqrt{2\ln[\omega_e t/(2\pi\beta_\omega)]}\,. \quad (9)$$

Використовуючи формулу (4), отримаємо щільність розподілу залишкових деформацій за термін експлуатації t:

$$g(\varepsilon_{pl}\,|\,t) = \frac{E_{pl}}{\sqrt{2\pi}\widehat{R}_y Q}\int_0^Q \exp\left[-0{,}5\left(\frac{\sqrt{2\ln(Z^{-1})}\widehat{S} + \overline{S} - \overline{R}_y - E_{pl}\varepsilon_{pl}}{\widehat{R}_y}\right)^2\right]dZ\,. \quad (10)$$

Формулу (10) можна представити також в дещо іншій формі. Позначивши відношення стандартів межі плинності $\widetilde{R}_y$ та ВП $\widetilde{S}(t)$ через $p = \widehat{R}_y / \widehat{S}$, і враховуючи формули для коефіцієнтів варіації $V_R = \widehat{R}_y / \overline{R}_y$, $V_S = \widehat{S} / \overline{S}$, отримаємо:

$$g(\varepsilon_{pl}\,|\,t) = \frac{E_{pl}}{\sqrt{2\pi}\widehat{R}_y Q}\int_0^Q \exp\left[-0{,}5\left(\frac{\sqrt{2\ln(Z^{-1})}}{p} + \frac{1}{pV_S} - \frac{1}{V_R} - \frac{E_{pl}}{\widehat{R}_y}\varepsilon_{pl}\right)^2\right]dZ\,. \quad (11)$$

Закон розподілу залишкових деформацій при АМ поліномо-експоненційного стаціонарного ВП. Розгляд означеного ВП представляє більший інтерес для практики проектування, тому що він описує снігове навантаження на території України [6, 7]. Нормована щільність розподілу АМ поліномо-експоненційного ВП записується у вигляді:

$$p(\gamma) = -(C_1 + 2C_2\gamma + 3C_3\gamma^2)\exp[C_1(\gamma-\gamma_0) + C_2(\gamma^2-\gamma_0^2) + C_3(\gamma^3-\gamma_0^3)], \quad (12)$$

де C_0, C_1, C_2 та C_3 − коефіцієнти поліномо-експоненційного розподілу, значення яких залежать від снігового району України; нормований характеристичний максимум γ_0 визначається шляхом чисельного вирішення рівняння:

$$\omega_e t/(\sqrt{2\pi}\beta_\omega)\exp\left[C_0 + C_1\gamma_0 + C_2\gamma_0^2 + C_3\gamma_0^3\right] = 1. \quad (13)$$

Підставляючи (12) у вираз (7) та враховуючи, що $\gamma = [S(t) - \bar{S}]/\hat{S}$, отримаємо:

$$h(Y\,|\,t) = \frac{-\omega_e t}{2\pi\beta_\omega \hat{R}_y \hat{S}} \int\limits_{S_0(t)}^{\infty} \left[C_1 + 2C_2\left(\frac{S_{AM}-\bar{S}}{\hat{S}}\right) + 3C_3\left(\frac{S_{AM}-\bar{S}}{\hat{S}}\right)^2\right]\exp\left[C_0 + \right.$$

$$\left. + C_1\left(\frac{S_{AM}-\bar{S}}{\hat{S}}\right) + C_2\left(\frac{S_{AM}-\bar{S}}{\hat{S}}\right)^2 + C_3\left(\frac{S_{AM}-\bar{S}}{\hat{S}}\right)^3 - 0.5\left(\frac{S_{AM}-Y-\bar{R}_y}{\hat{R}_y}\right)^2\right] dS_{AM}.$$

Використовуючи формулу (4), отримаємо щільність розподілу залишкових деформацій за встановлений термін експлуатації t (формула (14)):

$$g(\varepsilon_{pl}\,|\,t) = \frac{-\omega_e t E_{pl}}{2\pi\beta_\omega \hat{R}_y \hat{S}} \int\limits_{S_0(t)}^{\infty} \left[C_1 + 2C_2\left(\frac{S_{AM}-\bar{S}}{\hat{S}}\right) + 3C_3\left(\frac{S_{AM}-\bar{S}}{\hat{S}}\right)^2\right]\exp\left[C_0 + \right. \quad (14)$$

$$\left. C_1\left(\frac{S_{AM}-\bar{S}}{\hat{S}}\right) + C_2\left(\frac{S_{AM}-\bar{S}}{\hat{S}}\right)^2 + C_3\left(\frac{S_{AM}-\bar{S}}{\hat{S}}\right)^3 - 0{,}5\left(\frac{S_{AM}-E_{pl}\varepsilon_{pl}-\bar{R}_y}{\hat{R}_y}\right)^2\right] dS_{AM}.$$

Зробивши заміну $Z = (S_{AM} - \bar{S})/\hat{S}$, отримаємо більш лаконічну формулу:

$$g(\varepsilon_{pl}\,|\,t) = \frac{\omega_e t E_{pl}}{2\pi\beta_\omega \hat{R}_y} \int\limits_{\infty}^{\gamma_0} [C_1 + 2C_2 Z + 3C_3 Z^2] \times \quad (15)$$

$$\times\exp\left[C_0 + C_1 Z + C_2 Z^2 + C_3 Z^3 - 0{,}5\left(\frac{Z}{p} + \frac{1}{pV_S} - \frac{1}{V_R} - \frac{E_{pl}}{\hat{R}_y}\varepsilon_{pl}\right)^2\right] dZ.$$

Закон розподілу залишкових деформацій при АМ Вейбулловського стаціонарного ВП. Актуальність розгляду ВП з розподілом ординати за законом Вейбулла пояснюється тим, що означений ВП застосовується для опису вітрового навантаження на території України [6, 7]. Нормована щільність розподілу АМ випадкового процесу за законом Вейбулла записується у вигляді:

$$p(\gamma) = V(\gamma_0 V+1)^{\beta-0,5}[(\beta-0,5)(\gamma V+1)^{\beta-1.5} - \beta\Gamma(1+\beta^{-1})^{\beta}(\gamma V+1)^{2\beta-1,5}]\times \\ \times\exp\{\Gamma(1+\beta^{-1})^{\beta}[(\gamma_0 V+1)^{\beta} - (\gamma V+1)^{\beta}]\}, \quad (16)$$

де β − параметр розподілу Вейбулла, який залежить від вітрового району України; $\Gamma(\bullet)$ − гама-функція; V − коефіцієнт варіації ВП вітрового навантаження; нормований характеристичний максимум γ_0 знаходиться як корінь трансцендентного рівняння:

$$\gamma_0 = V^{-1}\{\Gamma(1+\beta^{-1})^{-1}[\ln(\omega_e t\beta_\omega^{-1}) - \delta(\gamma_0)]^{1/\beta} - 1\}, \quad (17)$$

де $\delta(\bullet)$ – функція, вперше введена у роботі [7]:

$$\delta(\gamma) = -\ln\left(0,4\beta\sqrt{V}\Gamma(1+\beta^{-1})^{\beta}\right) - (\beta-0,5)\ln(\gamma V+1). \quad (18)$$

Підставляючи (16) у вираз (7) та враховуючи, що $\gamma = [S(t)-\bar{S}]/\hat{S}$, отримаємо:

$$h(Y\,|\,t) = \frac{\omega_e t\beta\Gamma(1+\beta^{-1})^{\beta}\sqrt{V}}{2\pi\beta_\omega\hat{R}_y\hat{S}\bar{S}^{\beta-0,5}}\int_{S_0(t)}^{\infty}\left[(\beta-0,5)S_{AM}^{\beta-1,5} - \beta\Gamma(1+\beta^{-1})^{\beta}\frac{S_{AM}^{2\beta-1,5}}{\bar{S}^{\beta-1}}\right] \\ \exp\left[-\left(\frac{S_{AM}}{\bar{S}}\right)^{\beta}\Gamma(1+\beta^{-1})^{\beta} - 0,5\left(\frac{S_{AM}-Y-\bar{R}_y}{\hat{R}_y}\right)^2\right]dS_{AM}.$$

Використовуючи формулу (4) отримаємо щільність розподілу залишкових деформацій за термін експлуатації t (формула (19)):

$$g(\varepsilon_{pl}\,|\,t) = \frac{\omega_e t\beta\Gamma(1+\beta^{-1})^{\beta}\sqrt{V}E_{pl}}{2\pi\beta_\omega\hat{R}_y\hat{S}\bar{S}^{\beta-0,5}}\int_{S_0(t)}^{\infty}\left[(\beta-0,5)S_{AM}^{\beta-1,5} - \beta\Gamma(1+\beta^{-1})^{\beta}\frac{S_{AM}^{2\beta-1,5}}{\bar{S}^{\beta-1}}\right]\times \\ \times\exp\left[-\left(\frac{S_{AM}}{\bar{S}}\right)^{\beta}\Gamma(1+\beta^{-1})^{\beta} - 0,5\left(\frac{S_{AM}-E_{pl}\varepsilon_{pl}-\bar{R}_y}{\hat{R}_y}\right)^2\right]dS_{AM}. \quad (19)$$

Виконавши заміну $Z = (S_{AM}-\bar{S})/\hat{S}$ і враховуючи формули для коефіцієнтів варіації та відношення стандартів, отримаємо більш зручну формулу:

$$g(\varepsilon_{pl}\,|\,t)=\frac{\omega_e t\beta\Gamma(1+\beta^{-1})^{\beta}\sqrt{V}E_{pl}}{2\pi\beta_{\omega}\widehat{R}_y}\int\limits_{\gamma_0}^{\infty}\left[\frac{(\beta-0{,}5)}{(Z+V^{-1})^{1{,}5-\beta}}-\frac{\beta\Gamma(1+\beta^{-1})^{\beta}}{\left(Z+V^{-1}\right)^{1{,}5-2\beta}}\right]\times \tag{20}$$
$$\times\exp\left[-\left(Z+V^{-1}\right)^{\beta}\Gamma(1+\beta^{-1})^{\beta}-0{,}5\left(\frac{Z}{p}+\frac{1}{pV_S}-\frac{1}{V_R}-\frac{E_{pl}}{\widehat{R}_y}\varepsilon_{pl}\right)^2\right]dZ.$$

Чисельні приклади. На основі розглянутої вище методики, були виконані побудови диференційних функцій розподілу залишкових деформацій, для випадків, коли навантаження представленні АМ нормального та поліномо-експоненційного ВП. При цьому імовірнісні характеристики навантаження відповідали I сніговому району України [7], а статистичні характеристики матеріалу конструкції складали $\overline{R}_y=315$ МПа, $\widehat{R}_y=25{,}3$ МПа, $V_R=0{,}08$ (сталь С245). Математичне сподівання ВП $\widetilde{S}(t)$ приймали рівним $\overline{S}=100$ МПа; стандарт приймався рівним: $\widehat{S}=50{,}6$ МПа, що відповідає $p=0{,}5$. Термін експлуатації приймався 10, 50, 100 та 200 років. Побудовані функції $g(\widetilde{\varepsilon}_{pl}\,|\,t)$ наведені на рис.2.

З рисунка видно, що щільність розподілу залишкових деформацій існує як при додатних, так і при від'ємних значеннях аргументу, більш того у всіх випадках величина математичного сподівання набуває значень, менших за нуль. Тому на перший погляд результати, які отримуються за загальною формулою (4) та, зокрема, формулами (11), (15), (20), носять тривіальний характер. Однак це не так. Поява залишкової деформації в елементі правильно запроектованої конструкції – це досить рідка подія, яка може мати місце за умови, що межа плинності матеріалу конструкції (випадкова величина) опиниться менше за напруження в елементі, які виникають внаслідок дії випадкового навантаження, і тому від'ємність математичного сподівання залишкової деформації говорить лише про те, що ймовірніше всього за час експлуатації конструкції залишкові деформації взагалі не матимуть місця. Що стосується від'ємності деформацій $\widetilde{\varepsilon}_{pl}$, то це можна пояснити пружною роботою матеріалу конструкції; при виконанні нерівності $\widetilde{\varepsilon}_{pl}>0$ починають виникати пластичні деформації. Саме ця частина і представляє головний інтерес для розрахунку конструкції (на рис.2,б,г) зображена частина графіків рис.2,а,в при $\widetilde{\varepsilon}_{pl}\geq 0$). Однак перша властивість диференційної функції розподілу (рівність одиниці площі під нею), вимагає від нас розглядання всієї області значень величини $\tilde{\varepsilon}_{pl}$. На підставі цього стало можливим дати назву функції $g(\tilde{\varepsilon}_{pl}\,|\,t)$ *– повна диференційна функція розподілу залишкових деформацій* за період експлуатації t, а в інженерних розрахунках використовувати тільки ту її частину, при яких аргумент набуває додатних значень (рис.2,б,г).

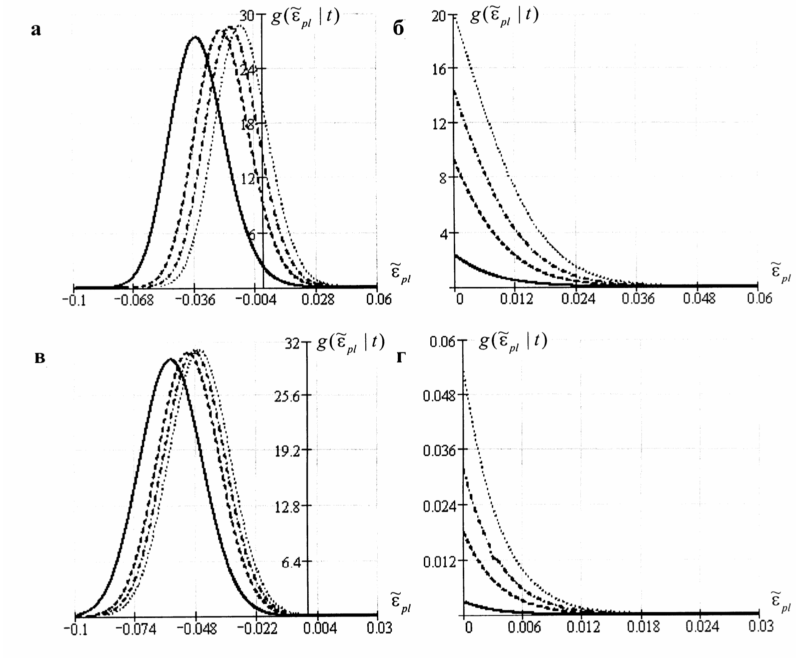

Рис.2 – Повні диференційні функції розподілу залишкових деформацій:
а, б − при АМ нормального ВП; в, г − при АМ поліномо-експоненційного ВП;
б, г − збільшена частина графіків а) та в) при $\tilde{\varepsilon}_{pl} \geq 0$:

—— − t = 10 років; - - - − t = 50 років; - · - · - − t = 100 років; ······ − t = 200 років.

Слід відмітити, що у даному випадку також не має сенсу поняття характеристичного максимуму залишкової деформації. Якщо б він мав місце, то ми з повною впевненістю могли би стверджувати, що за період експлуатації t в означеній конструкції обов'язково матиме місце певна величина залишкової деформації. Однак такої впевненості бути не може, тому що, по-перше, невідома дійсна величина $\tilde{R}_y$ матеріалу конструкції, а тільки її статистичні характеристики, по-друге невідомо, чи виникнуть за період експлуатації конструкції напруження, які спричинять появу залишкової деформації. Ми можемо тільки з певною імовірністю стверджувати, що пластичні деформації взагалі матимуть місце, при цьому ймовірність їх появи складатиме:

$$F(\varepsilon_{pl} > 0 \,|\, t) = \int_0^\infty g(\varepsilon_{pl} \,|\, t) d\varepsilon_{pl}, \tag{21}$$

а ймовірність того, що за час t виникнуть пластичні деформації певної величини ε визначатиметься за формулою:

$$F(0 \le \varepsilon_{pl} \le \varepsilon \,|\, t) = \int_0^\varepsilon g(\varepsilon_{pl} \,|\, t) d\varepsilon_{pl}. \tag{22}$$

Слід відмітити, що в результаті проведених теоретичних досліджень була також встановлена наступна закономірність: повний диференційний закон розподілу залишкових деформацій елементу конструкції відрізняється тим менше від закону розподілу межі плинності матеріалу цієї конструкції (як правило нормального), чим швидше значення щільності розподілу АМ зовнішнього навантаження (напруження в елементі) прямують до нуля при необмеженому зростанні її аргументу. Цей висновок залишається справедливим для АМ будь-якого ВП навантаження.

Таким чином, розглянутий імовірнісний підхід до процесу накопичення залишкових деформацій дозволяє вирішувати задачі надійності конструкцій у пружно-пластичній стадії їх роботи, при стохастичних характеристиках межі плинності матеріалу. Метод також дозволяє виконувати підбір поперечного перерізу елемента конструкції, виходячи з ймовірності появи гранично допустимої величини пластичної деформації на протязі заданого строку його служби.

1.Болотин В.В. Статистические методы в строительной механике. – М.: Стройиздат, 1965. – 279 с.

2.Вентцель Е.С. Теория вероятностей. − М.: Высш. шк., 2001. − 575 с.

3.Жудін Н.Д. Пластичні деформації в стальних конструкціях. – К.: Вид-во Всеукраїнської академії наук, 1935. − 217 с.

4.Мразик А., Шкалоуд М., Тохачек М. Расчёт и проектирование стальных конструкций с учётом пластических деформаций / Пер. с чеш.; Под ред. Г.Е.Бельского. – М.: Стройиздат, 1986. – 456 с.

5.Нил Б.Г. Расчёт конструкций с учётом пластических свойств материалов / Пер. с англ.; Под ред. И.М.Рабиновича. – М.: Госстройиздат, 1961. – 315 с.

6.Пашинський В.А. Атмосферні навантаження на будівельні конструкції для території України. − К., 1999. − 185 с.

7.Пичугин С.Ф. Надёжность стальных конструкций производственных зданий: Автореф. дис. ... д-ра техн. наук. − К.: КГТУСА, 1994. − 32 с.

8.Ржаницын А.Р. Теория расчёта строительных конструкций на надёжность. – М.: Стройиздат, 1978. – 239 с.

9.Стрелецкий Н.С. Избранные труды. − М.: Стройиздат, 1975. − 422 с.

Отримано 17.10.2003

УДК 624.072.2 : 624.04

А.В.КОВРОВ

Одесская государственная академия строительства и архитектуры

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ НАПРЯЖЕНИЙ В ОДНОСКАТНЫХ БАЛКАХ

Рассмотрены особенности распределения напряжений в поперечных сечениях односкатных балок. Приведен пример определения касательных напряжений в балке, верхняя грань которой наклонена, а нижняя грань горизонтальна.

В строительной практике нередко встречаются конструкции односкатных стропильных балок, металлических балок, одна из граней которых наклонена.

В этом случае функциями переменной x являются не только внутренние усилия $Q(x)$ и $M(x)$, а также геометрические характеристики $A(x)$, $I_z(x)$, $S_z^{отс}(x)$.

Если размеры поперечного сечения изменяются плавно и модуль упругости E имеет постоянную по сечению величину, то для определения нормальных напряжений можно использовать формулу

$$\sigma_x = \frac{M_z(x)}{I_z(x)} y . \qquad (1)$$

Формула для определения касательных напряжений в балках, имеющих переменное по длине поперечное сечение, предложена в (1) и при поперечном изгибе имеет вид:

$$\tau = \frac{Q_y \cdot S_z^{отс}}{I_z b(y)} + \frac{M_z}{b(y)} \frac{d}{dx}\left(\frac{S_z^{отс}}{I_z} \right). \qquad (2)$$

Таким образом, касательные напряжения в балке переменного сечения вызываются как поперечной силой Q_y, так и изгибающим моментом M_z.

$$\tau = \tau^Q + \tau^M . \qquad (3)$$